

**Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять та самостійної роботи
з дисципліни
«Чисельні методи та моделювання»
для студентів спеціальності
014 «Середня освіта (Математика)»**

Рекомендовано:
Вченою Радою факультету машинобудування
Протокол № 01-23/08 від «28» серпня 2023 р.

2023-2024 навчальний рік

**Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять та самостійної роботи
з дисципліни
«Чисельні методи та моделювання»
для студентів спеціальності
014 «Середня освіта (Математика)»**

Затверджено
на засіданні
методичної ради
Протокол № 8 від 20.05.2021

Краматорськ 2021

УДК

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи з дисципліни «**Чисельні методи та моделювання**» для студентів спеціальності 014 «Середня освіта (Математика)»/ Укл.: М.В. Дзюба – Краматорськ: ДДМА, 2021. – 50 с.

Навчальний посібник містить у стислому вигляді огляд загальних теоретичні і практичних відомостей, наведені зразки завдань, програма дисципліни.

Укладач

М.В. Дзюба.

Відпов. за вип.

В. М. Астахов, доц.

ЗМІСТ

1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ	4
2 ЗАВДАННЯ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ АУДИТОРНОЇ ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	6
3 ЗРАЗКИ ЗАВДАНЬ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ	20
4 ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	31
Література	49

1 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ

ТЕМА: ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК

Вступ. Мета вивчення і задачі дисципліни «Числові методи». Короткі історичні відомості. Абсолютна похибка наближеного значення числа. Границя абсолютної похибки. Вірні цифри числа. запис наближеного значення числа. Округлення наближених значень чисел. Відносна похибка наближеного значення числа. Дії над наближеними значеннями чисел. Таблиця для обчислення похибок

ТЕМА: МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ.

Загальні положення щодо систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Ранг матриці. Метод Крамера. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Обернена матриця. Матричний метод .

Метод ітерацій. Метод Зейделя.

ТЕМА: НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ.

Постановка задачі наближених методів розв'язання рівнянь. Графічний метод. Метод спроб. Метод дихотомії (половинного поділу).

Метод хорд. Метод Ньютона, або метод дотичних .

Комбінований метод. Метод ітерацій.

ТЕМА: ІНТЕРПОЛЯЦІЯ.

Постановка задачі інтерполяції. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули. Інтерполяційна формула Лагранжа для рівновіддалених вузлів.

Перший інтерполяційний многочлен Ньютона.

Другий інтерполяційний многочлен Ньютона.

ТЕМА: МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ.

Постановка задачі методу найменших квадратів. Принципи побудови методу найменших квадратів. Випадок $\Phi(a,b)$. Випадок $\Phi(a,b,c)$. Оцінка якості апроксимації методом найменших квадратів.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ, ІНТЕГРУВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ

ТЕМА: ЧИСЕЛЬНЕ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ.

Основні поняття чисельного диференціювання. Знаходження похідної за допомогою формули Тейлора.

Знаходження похідної за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона. Знаходження похідної за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона.

ТЕМА: ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ

Постановка задачі чисельного інтегрування. Формула прямокутників. Формула трапецій. Формула парабол (Сімпсона). Абсолютні похибки для квадратурних формул.

ТЕМА: ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ.

Метод Ейлера для наближеного розв'язування диференціальних рівнянь..

Метод Рунге-Кутта розв'язування звичайних диференціальних рівнянь..

ТЕМА: МОДЕЛЮВАННЯ.

Методи математичного програмування та моделювання економічних процесів.

Концептуальні засади математичного моделювання економічних процесів.

Аналіз і управління ризиком в економіці.

Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику. Прийняття рішень в умовах ризику. Прийняття рішень в умовах невизначеності.

Разом за змістовим модулем 2

2 ЗАВДАННЯ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ АУДИТОРНОЇ ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Тема: елементи теорії похибок

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

Завдання №1. тема: елементи теорії похибок

Задані наближені значення числа $x=x_0$: a_1, a_2, a_3 . Визначити найкраще з цих трьох наближень.

№	x_0	a_1	a_2	a_3
1	1/3	0,3	0,33	0,34
2	2/7	0.2	0.28	0.29
3	2/9	0.2	0.22	0.23
4	5/9	0.5	0.55	0.56
5	5/11	0.5	0.45	0.46
6	6/7	0.9	0.85	0.86

Завдання №2. тема: елементи теорії похибок

Довжина деталі x (см) міститься в границях $x_1 \leq x \leq x_2$. знайти границю абсолютної похибки виміру деталі.

№	x_1	x_2
1	10	11
2	32	33
3	35	36
4	12	13
5	14	15
6	13	14
7	14	15
8	39	40

9	23	24
---	----	----

Завдання №3. тема: елементи теорії похибок

Знайти абсолютну похибку округлення до одиниць заданих чисел: x_1, x_2 .

№	x_1	x_2	№	x_1	x_2	№	x_1	x_2
1	10,8	12,74	4	12,7	24,26	7	14,1	10,83
2	5,2	15,44	5	5,7	20,65	8	9,7	10,45
3	7,6	15,95	6	8,7	21,06	9	8,3	11,96

Завдання №4. тема: елементи теорії похибок

Обчисліть відносну похибку числа x_1 , вважаючи точним x_2 .

№	x_1	x_2	№	x_1	x_2	№	x_1	x_2
1	10,83	10,8313	4	12,74	12,7424	7	24,26	24,2625
2	10,45	10,4527	5	15,44	15,4427	8	20,65	20,6527
3	11,96	11,9615	6	15,95	15,9515	9	21,06	21,0615

Завдання №5. тема: елементи теорії похибок

З якою точністю треба виміряти довжину сторони квадрата, щоб при обчисленні його площі границя абсолютної похибки не перевищувала x_0 см²? Грубе наближене значення сторони квадрата дорівнює a см.

№	x_0	a	№	x_0	a	№	x_0	a	№	x_0	a
1	1	9	4	10	5,7	7	10	9,7	10	10	6
2	1	7	5	10	8,7	8	10	8,3	11	10	7,4
3	1	6	6	10	9,5	9	10	9,5	12	10	8,2

Завдання №6. тема: елементи теорії похибок

З якою точністю треба виміряти довжину ребра куба a , щоб при обчисленні його об'єму границя абсолютної похибки не перевищувала x_0 см³? Грубе наближене значення ребра куба дорівнює a_0 см.

№	x_0	a_0	№	x_0	a_0	№	x_0	a_0	№	x_0	a_0
1	100	90	4	110	52	7	90	57	10	100	65
2	100	88	5	110	97	8	90	95	11	100	70
3	100	95	6	110	89	9	90	97	12	100	79

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

З якою точністю треба виміряти радіус круга, щоб при обчисленні його площі границя абсолютної похибки не перевищувала x_0 см²? Грубе наближене значення радіуса круга дорівнює R_0 см.

№	x_0	R_0	№	x_0	R_0
1	10	9,7	4	10	5,2
2	10	8,3	5	10	7,6
3	10	9,5	6	10	6,5
№	x_0	R_0	№	x_0	R_0
7	12	5,7	10	11	6,5
8	12	8,7	11	11	8,2
9	12	9,5	12	11	8,6

Тема: точні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

Розв'язати систему рівнянь: А. Методом Крамера, Б. Методом Жордана-Гауса, В. Матричним методом.

$$1. \begin{cases} 7x - 3y - 5z = 2; \\ 5x + 2y + z = 11; \\ 2x - y + 3z = 14. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y + 3z = 6; \\ 2x + 3y - 4z = 20; \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 5x + y - 3z = -2; \\ 4x + 3y + 2z = 16; \\ 2x - 3y - z = 7. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x - 2y + z = 10; \\ x + 5y + 2z = -3; \\ 2x - 2y - z = 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11; \\ 2x - y - 2z = -6; \\ 3x - 2y + z = 2. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 13, \\ -5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 14, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -19. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Розв'язати систему рівнянь: А. Жордана-Гауса, Б. Методом Гауса

$$1. \begin{cases} 3x + 2y + 1z = 5; \\ 2x + 3y + z = 1; \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y + 3z = 6; \\ 2x - 3y - 4z = 2; \\ x - 2y + 5z = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9; \\ 2x + 5y - 3z = 4; \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$$

Тема: наближені методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. Знайти розв'язок з точністю $\varepsilon = 0,001$ системи рівнянь виду:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

2.Значення коефіцієнтів системи і вільні члени взяти з таблиці.

А) методом простої інтеграції

Б) методом Зейделя

№	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	b_i	№	i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i2}	b_i
1	3,90	1,25	-0,98	4,905	2	1	2,68	-0,68	0,48	3,868
	0,74	3,45	-0,84	6,031		2	-0,73	2,92	-0,39	4,329
	-0,65	1,18	2,38	10,134		3	-0,58	-1,12	3,12	7,532
3	2,50	-0,91	-0,32	0,287	4	1	2,78	0,38	-0,43	3,261
	-0,91	3,64	-0,48	5,418		2	-0,78	3,14	-0,81	3,295
	0,48	-0,98	2,14	5,908		3	-0,45	-0,86	2,48	6,072
5	2,50	-0,91	-0,32	0,287	6	1	3,48	1,12	-0,94	9,158
	-0,91	3,64	-0,48	5,418		2	1,08	3,67	-0,87	6,908
	0,48	-0,98	2,14	5,908		3	-1,21	-1,43	4,14	9,507

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Знайти розв'язок з точністю $\varepsilon = 0,001$ системи рівнянь виду:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Значення коефіцієнтів системи і вільні члени взяти з таблиці.

А) методом простої інтеграції , Б) методом Зейделя

№	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	b_i
1	2,50	-0,91	-0,32	0,287
	-0,91	3,64	-0,48	5,418
	0,48	-0,98	2,14	5,908

№	i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i2}	b_i
2	1	3,48	1,12	-0,94	9,158
	2	1,08	3,67	-0,87	6,908
	3	-1,21	-1,43	4,14	9,507

Тема: наближені методи розв'язання рівнянь.

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.

2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

1. Визначте корені рівнянь (табл.) з точністю до 0,01, використовуючи:

- А. метод половинного поділу;
- Б метод хорд;
- В. метод дотичні їх.

Варіант	Рівняння
1	$(x-1)^2 - 2\sin x = 0$
2	$x^3 - 3x + 1 = 0$
3	$e^x - 2(1-x)^2 = 0$
4	$x^3 - 6x^2 + 9x - 3 = 0$
5	$x^3 - x^2 + 3 = 0$

2. Знайти корені даного рівняння $f(x) = 0$ з точністю $\varepsilon = 0,001$

за методами:

- А) графічним, Б) дихотомії,
- В) хорд, Г) дотичних, Д) ітерацій

Порівняти використані методи між собою за кількістю ітерацій, потрібних для знаходження кореня із заданою точністю.

№	Рівняння	№	Рівняння
1	$2^x + 5x - 3 = 0$	6	$x^4 - 4x + 7 = 0$
2	$\ln(1,5x) - 1,7x + 3 = 0$	7	$2^x(x-2)^2 - 1 = 0$
3	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$	8	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$
4	$3x - 5 - \ln 2x = 0$	9	$2x^3 - 3x + 6 = 0$
5	$5x + 2 - e^x = 0$	10	$x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$

3. Методом ітерацій знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$

1. $x^3 - 2x^2 + x - 7 = 0$
2. $x^3 + 4x^2 - 6x - 4 = 0$
3. $x^3 - x - 3 = 0$

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Методом ітерацій знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$

1. $x^3 - 2x^2 + x - 5 = 0$
2. $x^3 + 4x^2 - 6x - 7 = 0$

Тема: інтерполяційний многочлен лагранжа

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. Відомі дані попиту на продукцію в деякі місяці

Місяць	N_1	N_2	N_3
Попит	A_1	A_2	A_3

Оцінити шляхом інтерполювання (многочленом Лагранжа) попит в проміжні місяці.

2. ПОБУДУВАТИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИЙ ПОЛІНОМ ЛАГРАНЖА.

№	Завдання				№	Завдання			
1	Місяць	2	6	11	2	Місяць	3	7	12
	Попит	186	250	150		Попит	200	300	111
№	Завдання				№	Завдання			
3	Місяць	1	7	9	4	Місяць	3	5	11
	Попит	200	248	232		Попит	143	178	120
№	Завдання				№	Завдання			
5	Місяць	3	7	12	6	Місяць	1	5	9
	Попит	182	230	155		Попит	300	150	200

3. За таблицею значень функції побудуйте інтерполяційний многочлен Лагранжа, його графік і позначте на ньому вузлові точки.

№	x_0	x_1	x_2	y_0	y_1	y_2	№	x_0	x_1	x_2	y_0	y_1	y_2
1	-1	0	3	-3	5	2	4	1	4	9	-2	9	3
2	2	3	5	4	1	7	5	7	8	10	6	-2	7
3	0	2	3	-1	-4	2	6	-4	0	2	4	8	-2

4. Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа $L_1(x)$ для функції $f(x)$, значення якої задані таблицею:

Варіант									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1	10	3	11	1	7	2	10	4	17
2	11	4	12	3	9	4	3	3	14

5. Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа $L_2(x)$ для функції $f(x)$, значення якої задані таблицею:

Варіант									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
2	2	3	3	4	7	4	1	3	6
5	14	8	17	7	19	5	15	4	16
4	13	2	14	5	20	6	14	2	13

6. Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа $L_3(x)$ для функції $f(x)$, значення якої задані таблицею:

Варіант									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
3	5	7	5	5	1	5	6	9	1
5	1	8	7	7	2	2	7	4	5
2	5	4	4	3	4	6	1	9	1
0	2	0	3	0	3	0	3	0	2

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Побудуйте інтерполяційний многочлен Лагранжа третього порядку, якщо його значення у вузлових точках визначаються таблицею, де k – номер варіанта.

x	$1+0,1k$	$2+0,2k$	$3+0,3k$	$4+0,4k$
$f(x)$	$1+0,5k$	$10+k$	$20+k$	$50+2k$

Тема: інтерполяційні многочлени ньютонa.

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. Знайти 1 і 2 інтерполяційні поліноми Ньютона.

Варіант	Завдання					Варіант	Завдання				
1	x	3	6	9	12	2	x	2	6	8	10
	y	3	0	-1	-2		y	3	2	-1	1
Варіант	Завдання					Варіант	Завдання				
3	x	2	6	8	10	4	x	1	2	3	4
	y	1	4	-3	0		y	3	0	4	-2

2. Побудувати інтерполяційний многочлен Ньютона $P_3(x)$ для функції $f(x)$, значення якої задані таблицею:

Варіант									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
0	-5	0	1	0	1	0	-3	0	4
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	3
1	1	1	-1	1	2	1	-2	1	-3
1	1	1	-1	1	2	1	-2	1	3
1	1	1	-1	1	2	1	-2	1	2
2	2	2	4	2	-4	2	1	2	2
2	2	2	4	2	-4	2	1	2	2
2	2	2	4	2	-4	2	2	2	-4
2	2	2	4	2	-4	2	2	2	4
3	-2	3	3	3	3	3	2	3	-4
3	-2	3	3	3	3	3	2	3	-4
3	-2	3	3	3	3	3	3	3	3
3	-2	3	3	3	3	3	3	3	4
3	-2	3	3	3	3	3	3	3	-3

3. Побудувати інтерполяційний многочлен Ньютона $P_3(t)$ для функції $f(x)$, значення якої задані таблицею:

Варіант																			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
0	0,2	0	0,3	0	0,7	0	0,1	0	0,7	0	0,5	0	0,1	0	0,2	0	0,6	0	0,7
1	0,4	1	0,4	1	0,5	1	0,4	1	0,3	1	0,4	1	0,7	1	0,4	1	0,1	1	0,8
2	0,5	2	0,5	2	0,4	2	0,3	2	0,2	2	0,8	2	0,3	2	0,5	2	0,2	2	0,4
3	0,3	3	0,6	3	0,2	3	0,5	3	0,4	3	0,4	3	0,5	3	0,7	3	0,3	3	0,5
4	0,1	4	0,1	4	0,1	4	0,2	4	0,1	4	0,1	4	0,2	4	0,1	4	0,4	4	0,9

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Знайти 1 і 2 інтерполяційні поліноми Ньютона.

1	x	3	6	9	12	2	x	1	2	3	4
	y	2	0	-4	3		y	1	2	-3	0

ТЕМА: МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ.

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. Для значень аргументу $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$ отримані значення функції y_1, \dots, y_5 (табл.). Побудуйте методом найменших квадратів функцію $y = ax + b$, що наближає експериментальні дані, а також графік цієї функції.

№ варіанта	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
1	2,8	3,7	2,6	4,1	5,1
2	4,9	3,6	4,1	2,0	0,8
3	3,4	4,3	5,1	6,2	7,0
4	4,1	5,2	6,0	7,5	8,1
5	5,2	10,5	14,4	18,9	24,3

2. Результати вимірювань величин x і y подано у таблиці.

Установіть залежність між величинами x і y і визначте параметри емпіричної формули.

А) лінійну; Б) параболічну; В) гіперболічну.

1			2			3			4		
А	Б	В	А	Б	В	А	Б	В	А	Б	В
1 1,2	1 1,3	1 1,4	1 1,1	1 1,4	1 1,6	1 1,3	1 1,6	1 1,6	1 1,7	1 1,2	1 3,4
2 1,5	2 2,7	2 1,6	2 1,2	2 1,5	2 2,4	2 1,5	2 1,8	2 1,9	2 3,1	2 2,5	2 3,8
3 1,8	3 1,8	3 1,9	3 2,5	3 1,9	3 2,5	3 1,7	3 2,1	3 2,5	3 3,2	3 2,8	3 3,9
4 2,3	4 2,2	4 1,8	4 2,6	4 2,1	4 2,9	4 1,8	4 2,3	4 2,4	4 4,5	4 2,9	4 4
5 2,5	5 2,3	5 1,4	5 2,8	5 2,8	5 3,1	5 1,9	5 2,5	5 2,7	5 2,4	5 2,4	5 3,6

3. а. побудувати систему знаходження параметрів лінійної залежності. знайти вибіркоче рівняння прямої лінії регресії y на x по даним п'яти спостережень.

б. знайти вибіркоче рівняння параболічної залежності y від x по даним п'яти спостережень.

в. геометрично показати, що знайдене рівняння зв'язку дійсно відображає спостережену залежність.

1	X	1	2.4	3.5	4	5.6
	Y	5	10.2	17.3	18	24.5
2	X	1	2.4	3.5	4	5.6
	Y	15	10.2	7.3	5	4
3	X	1	2.4	3.5	4	5.6
	Y	7	10.2	17.3	18	24.5
4	X	1	2.4	3.5	4	5.6
	Y	2	8.3	14.7	18	28.5

4. Побудувати залежність між Y та X_1 , X_2 методом найменших квадратів

№	Варіант														
	1			2			3			4			5		
	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂
1	3	3	23	5	6	23	24	5	6	2	1	23	12	2	1
2	2	2	29	8	4	26	23	8	4	4	5	28	14	4	5
3	4	3	24	9	3	31	22	9	3	2	8	24	24	2	8
4	5	6	20	7	8	21	22	7	8	2	9	20	25	2	9
5	7	4	22	4	2	20	20	4	2	3	7	24	27	3	7

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

побудувати систему знаходження параметрів лінійної залежності. знайти вибіркоче рівняння прямої лінії регресії у на x по даним n 'яти спостережень.

X	1	2.4	3.5	4	5.6
Y	7	10.2	13.3	18	21.5

Тема: **чисельне диференціювання.**

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.

4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. У точках $x = 0,1$, $x = 0,2$, $x = 0,5$, $x = 0,6$ обчислити першу похідну від функції, заданої таблично.

А. за допомогою формули Тейлора.

Б. за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона.

С. за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона.

1		2		3		4		5		6		7		8		9	
x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
0,1	0,23	0,1	0,34	0,1	0,75	0,1	0,18	0,1	0,78	0,1	0,51	0,1	0,17	0,1	0,22	0,1	0,63
0,2	0,45	0,2	0,48	0,2	0,52	0,2	0,45	0,2	0,33	0,2	0,45	0,2	0,7	0,2	0,43	0,2	0,14
0,3	0,53	0,3	0,51	0,3	0,43	0,3	0,36	0,3	0,24	0,3	0,87	0,3	0,35	0,3	0,58	0,3	0,22
0,4	0,38	0,4	0,63	0,4	0,24	0,4	0,52	0,4	0,45	0,4	0,48	0,4	0,55	0,4	0,77	0,4	0,33
0,5	0,15	0,5	0,12	0,5	0,14	0,5	0,23	0,5	0,12	0,5	0,19	0,5	0,23	0,5	0,16	0,5	0,47
0,6	0,12	0,6	0,13	0,6	0,13	0,6	0,24	0,6	0,46	0,6	0,16	0,6	0,46	0,6	0,45	0,6	0,89

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

У точках $x = 0,1$, $x = 0,2$, $x = 0,5$, $x = 0,6$ обчислити першу похідну від функції, заданої таблично.

А. за допомогою формули Тейлора.

Б. за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона.

С. за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона.

x	f(x)
0,1	0,63
0,2	0,14
0,3	0,22
0,4	0,33
0,5	0,47
0,6	0,89

Тема: чисельне інтегрування

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. А. Обчисліть інтеграл $\int_a^b f(x)dx$, використовуючи формули трапецій та Сімпсона за умови, що відрізок інтегрування $[a; b]$ розбито на 10 рівних частин. Підінтегральна функція та межі інтегрування вміщені у табл.

Б. Оцініть абсолютну похибку. Перевірте результат безпосереднім інтегруванням.

№	$f(x)$	a	b	№	$f(x)$	a	b
1	$\ln x$	1	1	16	x^{-2}	1	2
2	\sqrt{x}	0	1	17	$\sqrt[3]{x}$	0	1
3	$\sqrt[4]{x}$	0	2	18	$\sqrt{x+1}$	0	2
4	$\frac{1}{1+x^2}$	1	2	19	$\frac{1}{4+x^2}$	0	1
5	$\frac{x}{1+x^2}$	0	1	20	$\frac{x}{4+x^2}$	0	2

2. Обчислити визначені інтеграли (розбивши відрізок інтегрування на 10 частин) за формулами:

А. прямокутників (правих, лівих, середніх),

Б. трапецій,

В. Сімпсона.

1. $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16}$

2. $\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9}$

3. $\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 32}$

3. Обчислити визначені інтеграли за формулами:

А. прямокутників, Б. трапецій, В. Сімпсона.

1. А. $\int_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$; $n = 10$

Б. $\int_{1,2}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{0,5x^2 + 3,2}}$; $n = 10$

2. А. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1,3}}$; $n = 10$

Б. $\int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{0,3x^2 + 1,5}}$; $n = 10$

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Обчислити визначені інтеграли за формулами:

прямокутників, трапецій, Сімпсона.

А. $\int_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 3,2}}$; $n = 10$

Б. $\int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{2,7 + 0,5x^2}}$; $n = 10$

Тема: **чисельне інтегрування диференціальних рівнянь.**

Мета вивчення: формування вмінь застосовувати знання з теми до розв'язування задач.

Обсяг навчального часу: 2 год.

Обладнання: навчально-методичні матеріали.

План заняття:

1. Актуалізація знань.
2. Застосування знань.
3. Контроль знань та вмінь.
4. Підсумок заняття.

Література: [1, 4, 5, 7, 8, 10, 11]

Основні завдання для засвоєння навчального матеріалу та поточного контролю.

1. Розв'язати диференціальне рівняння методом:

А. ізоклін

Б. Ейлера.

1. $y' = 2y - x$

2. $y' = y - x$

3. $y' = 2y + x$

4. $y' = 0,5y - x$

5. $y' = 2y - 0,5x$

2. Проінтегруйте диференціальні рівняння на заданому інтервалі $[a; b]$ при заданих початкових умовах $y_0 = y(x_0)$ (табл.). Проміжок інтегрування розбийте на 10 рівних частин. Результати інтегрування подайте у вигляді таблиць. Розрахунки порівняйте з точним розв'язком заданого диференціального рівняння.

А. Методом Ейлера

В. Методом Рунге – Кутта

1	$y' = y + 3x$	$x \in [0; 2]$	$x_0 = 0, y_0 = 4$
2	$y' = x - 2y$	$x \in [0; 1]$	$x_0 = 0, y_0 = 1$
3	$y' = x^2 \sqrt{y}$	$x \in [1; 2]$	$x_0 = 1, y_0 = 0$
4	$y' = x^2 - y$	$x \in [0; 1]$	$x_0 = 0, y_0 = 2$
5	$y' = x^2 - y$	$x \in [0; 1]$	$x_0 = 0, y_0 = 1$

Питання та завдання для самоконтролю та самостійної роботи

Проінтегруйте рівняння $y' = y(1 - x)$ на проміжку $[0; 1]$ за умови $y(0) = 1$, використовуючи А. метод Ейлера. Б. метод Рунге-Кутта

(крок $h = 0,1$; точний розв'язок $y = e^{x - \frac{1}{2}x^2}$)

3 ЗРАЗКИ ЗАВДАНЬ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Варіант №1

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 7x - 3y - 5z = 2; \\ 5x + 2y + z = 11; \\ 2x - y + 3z = 14. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 2x^2 + x - 7 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0.8}^{1.8} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

Варіант №2

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6; \\ 2x + 3y - 4z = 20; \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + 3x_3 = 12 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 36 \\ x_1 - x_2 - 5x_3 = 15 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 4 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1,3}}$$

Варіант №3

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x + y - 3z = -2; \\ 4x + 3y + 2z = 16; \\ 2x - 3y - z = 7. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 - 3x_3 = 35 \\ x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 64 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = 40 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - x - 3 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0.8}^{1.8} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 3,2}}$$

Варіант №4

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 10; \\ x + 5y + 2z = -3; \\ 2x - 2y - z = 3. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 9x_1 - x_2 + 3x_3 = 18 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 24 \\ 2x_1 - x_2 - 7x_3 = 21 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 2x^2 + x - 5 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1.4}^{2.4} \frac{dx}{\sqrt{0,3x^2 + 0,8}}$$

Варіант №5

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11; \\ 2x - y - 2z = -6; \\ 3x - 2y + z = 2. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 45 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 16 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 = 32 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 7 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,4}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{3 + 2,2x^2}}$$

Варіант №6

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 6; \\ 2x - y + 2z = 3; \\ 2x - 2y + z = 1. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 15 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 15 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - x - 2 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{2,5}^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1,1}}$$

Варіант №7

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} -5x + 3y + 3z = 18; \\ -2x + 6y - 3z = 6; \\ 8x - 3y - 2z = -3. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 25 \\ -x_1 + x_2 + 9x_3 = 18 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 2x^2 + x - 8 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,5}^{1,5} \frac{dx}{\sqrt{0,2x^2 + 2,5}}$$

Варіант №8

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2; \\ 3x + 2y + 2z = -2; \\ x - 2y + z = 1. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 6x_1 - x_2 - 2x_3 = 24 \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 12 \\ 2x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 14 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 5 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,4}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{1,3x^2 + 1,8}}$$

Варіант №9

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x - 5y + 3z = 1; \\ x + 2y + z = 4; \\ 2x + 7y - z = 8. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 9 \\ 2x_1 - 7x_2 - x_3 = 28 \\ 3x_1 + 2x_2 + 11x_3 = 11 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом

Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 8 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,6}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{0,7x^2 + 2,5}}$$

Варіант №10

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 7x + 3y - 6z = -1; \\ 7x + 9y - 9z = 5; \\ -2x - 4y + 9z = 20. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 54 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 16 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 = 32 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - x - 8 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,2}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{0,1x^2 + 1,2}}$$

Варіант №11

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 11; \\ 2x - y - z = 4; \\ 3x + 4y - 2z = 11. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - x_3 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 20 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 15 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 2x^2 + x - 6 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 0,3}}$$

Варіант №12

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = -4; \\ 4x + y + 4z = -2; \\ x + y + 2z = -1. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 - 9x_2 - 2x_3 = 18 \\ 4x_1 + 2x_2 + 11x_3 = 11 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 9 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{2,6}^{3,6} \frac{dx}{\sqrt{0,6x^2 + 0,3}}$$

Варіант №13

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1; \\ 2x + y + 3z = 11; \\ 3x + 2y + z = 5. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 27 \\ 3x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 15 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 2 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,4}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{1,2x^2 + 0,5}}$$

Варіант №14

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} x + 2y - 4z = -9; \\ -5x + y + 2z = -1; \\ 3x - y + z = 10. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 16 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 10 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,6}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{1,5x^2 + 0,7}}$$

Варіант №15

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x + 3y + z = 1; \\ -4x + y + 2z = 2; \\ x - 7y - 4z = -1. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 15x_1 + x_2 - 3x_3 = 15 \\ 2x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 24 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 10 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - x - 5 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,3}^{1,3} \frac{dx}{\sqrt{2,1x^2 + 0,9}}$$

Варіант №16

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 2; \\ -3x + 5y - z = -3; \\ x + 3y + 2z = -4. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 18 \\ -x_1 - 7x_2 - 3x_3 = 28 \\ -2x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 30 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 2x^2 + x - 4 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,2}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{1,5x^2 + 2,2}}$$

Варіант №17

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2; \\ 4x - 5y + 2z = 1; \\ 5x - 6y + 4z = 3. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 11x_1 - x_2 + 3x_3 = 11 \\ -3x_1 + 8x_2 - 4x_3 = 24 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 12 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 3 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{0,3x^2 + 1,5}}$$

Варіант №18

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} x + y - 2z = 6; \\ 2x + 3y + 7z = 2; \\ 5x - 2y + z = 12. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 - x_3 = 15 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 24 \\ -x_1 + x_2 - 10x_3 = 10 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 7 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{1,7 + 4,5x^2}}$$

Варіант №19

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 9; \\ 3x - 5y + z = 3; \\ 4x - 7y + 2z = 5. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 15 \\ -x_1 - 10x_2 + 3x_3 = 20 \\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 = 10 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - x - 4 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,2}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{2,5 + 0,2x^2}}$$

Варіант №20

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} -3x + 5y + 4z = -8; \\ 2x + 3y - 2z = 1; \\ x + 4y + 2z = 7. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} -5x_1 + x_2 + 2x_3 = 25 \\ -x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 27 \\ -x_1 - 4x_2 + 9x_3 = 18 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 2 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,2}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{2,5 + 0,2x^2}}$$

Варіант №21

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} -3x - 5y + 2z = 1; \\ 2x + 5y - 2z = 2; \\ x + 3y + 2z = 5. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 12 \\ 3x_1 + 9x_2 - 4x_3 = 36 \\ -2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 14 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 11 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{1,2 + 0,2x^2}}$$

Варіант №22

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 4x - 3y - 5z = -9; \\ -3x - 5y - z = 9; \\ x + 3y + 2z = -5. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 3x_3 = 35 \\ 2x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 32 \\ 2x_1 + x_2 + 9x_3 = 27 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 1 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{2,5}^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1,1}}$$

Варіант №23

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} -3x + 4y + 6z = -5; \\ 2x - 5y - 2z = 14; \\ x + 3y + 2z = 5. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 + 2x_3 = 24 \\ 4x_1 + 9x_2 - 4x_3 = 18 \\ x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 21 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 4x^2 - 6x - 6 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,6}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{1,3x^2 + 2,6}}$$

Варіант №24

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8; \\ x + y - 2z = -9; \\ 3x + 4y + 2z = -1. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 35 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 27 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 4x - 5 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,6}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{2,7x^2 + 0,5}}$$

Варіант №25

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} x + 4y + 3z = 7; \\ -3x - 3y - 2z = -9; \\ 3x + 4y + 2z = 8. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 = 32 \\ 5x_1 + 10x_2 - x_3 = 10 \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 54 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - 2x^2 + x - 9 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулами: прямокутників, трапецій, Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,2}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{4,1x^2 + 0,3}}$$

Варіант №26

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x + 2y + 3z = -1; \\ 2x + 3y - 2z = 3; \\ 3x + 4y + 2z = 8. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 - 9x_2 - 2x_3 = 36 \\ 2x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 14 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 - x - 7 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2,3x^2 + 1,5}}$$

Варіант №27

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x + 7y + 3z = 10; \\ 4x + 9y - 2z = -5; \\ 3x + 4y + 2z = 4. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 40 \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 24 \\ -2x_1 + x_2 - 9x_3 = 18 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 2x^2 + 4x - 5 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{2,6}^{3,6} \frac{dx}{\sqrt{1,6x^2 + 2,3}}$$

Варіант №28

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z = -7; \\ x - 3y - 2z = 6; \\ 3x + 4y + 2z = -5. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 24 \\ 3x_1 + 9x_2 + 2x_3 = -18 \\ -x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 21 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 2x^2 - x - 4 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,4}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{1,2x^2 + 3,5}}$$

Варіант №29

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = -5; \\ -2x - 3y - 2z = 4; \\ 3x + 4y + 2z = -6. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 18 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 = -35 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 = -27 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{1,6}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{0,5x^2 + 3,7}}$$

Варіант №30

Задача 1 Розв'язати систему рівнянь методом Крамера. (30 балів)

$$\begin{cases} 2x - y + z = 7; \\ 3x + 2y + 2z = 3; \\ x - 2y + z = 6. \end{cases}$$

Задача 2 Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя з точністю 0.01. (30 балів)

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 - x_3 = 32 \\ 2x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 45 \end{cases}$$

Задача 3 Знайти корінь рівняння з точністю $\varepsilon = 0,001$ методом Ньютона. (25 балів)

$$x^3 + 5x^2 - x - 6 = 0$$

Задача 4 Обчислити визначений інтеграл за формулою Сімпсона при $n = 10$. (15 балів)

$$\int_{0,3}^{1,3} \frac{dx}{\sqrt{3,1x^2 + 2,9}}$$

4 ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

1 Розподіл годин

Форма навчання	Кредитів ECTS	Годин	Аудиторних годин				Самост. робота	Розподіл за семестрами		
			Лекції	Практичні	Лабораторні	Всього		Екзамени	Заліки	ДЗ
Денна/ заочна		20	6	8		4	6			

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення дисципліни. *Навчальна дисципліна «Чисельні методи та моделювання» є одним з курсів професійної підготовки, що закладає фундамент підготовки молодих викладачів.*

Головною його метою є засвоєння різних підходів до розв'язання практичних обчислювальних задач і розуміння теоретичних основ чисельних методів та методів моделювання.

Основне завдання курсу полягає у підготовці фахівця до використання математичних методів у роботі в умовах освітнього процесу та технологічного прогресу.

Отже, навчання дисципліни сприяє формуванню професійної компетентності випускника, яка поєднує у собі математичні знання майбутнього вчителя, його психолого-педагогічну та методичну підготовку, особистісні якості, формує здатність організувати навчально-виховний процес на рівні сучасних вимог. А саме, у процесі вивчення дисципліни студент має здобути наступні компетентності:

Програмні компетентності

Загальні компетентності

ЗК 1 Аналіз і синтез: здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 2 Практична робота: розуміння предметної області та професійної діяльності, здатність застосовувати професійні знання у практичних ситуаціях, аналізувати, досліджувати та презентувати свій досвід.

ЗК 3 Творчість та інновації: здатність створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.

ЗК 5 Інформаційні технології: засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями.

Фахові компетентності

ФК 1 Фундаментальні знання та розуміння: здатність використовувати системні знання з фундаментальної математики, економіки та методик їх навчання, фундаментальні знання змісту шкільного курсу математики сучасної школи.

ФК 2 Професійні навички: здатність застосовувати сучасні методи й освітні технології навчання, аналізувати особливості сприйняття та засвоєння учнями і студентами навчальної інформації з метою прогнозу ефективності та корекції освітнього процесу.

ФК 4 Вирішення проблем: здатність застосовувати сучасні математико-статистичні методи та пакети комп'ютерної математики до створення і аналізу математичних моделей реальних задач і процесів.

ФК 5 Інформаційні освітні технології: здатність до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет-технологій.

ФК 8 Альтернативна освіта: здатність здійснювати аналіз та корекцію знань та умінь учнів в умовах диференційованого навчання, здатність ефективно планувати та організовувати різні форми неформальної освіти.

Завдання вивчення дисципліни

Завдання вивчення дисципліни визначаються програмними результатами навчання, а саме випускник магістратури має опанувати:

ПРН 1. Знання та розуміння основ навчальних дисциплін фундаментального циклу.

ПРН 3. Знання, що відносяться до базових областей математики та економіки, в обсязі достатньому для успішної роботи у наукових групах.

ПРН 4. Спеціалізовані концептуальні знання, набуті у процесі навчання та/або професійної діяльності на рівні новітніх досягнень, які є основою для оригінального мислення та інноваційної діяльності, зокрема в контексті дослідницької роботи за освітньою програмою.

ПРН 5. Будувані математичні моделі, алгоритмізувати розв'язування математичної задачі.

ПРН 9. Використовувати бібліографічний пошук, аналіз та інтерпретацію математичних текстів і статей методичного характеру, зокрема із використанням новітніх ІКТ.

ПРН 10. Організувати пошук відповідних наукових джерел, які мають безпосереднє відношення до фундаментальної математики та актуальних проблем методики її навчання, в тому числі з використанням іноземної мови.

ПРН 12. Аналізувати основні підходи, теорії та концепції предметного циклу дисциплін з математики та економіки з урахуванням існуючих міжпредметних зв'язків.

ПРН 13. Мати уявлення про сучасний математичний апарат, який застосовують в природничих науках, інженерних та економічних дослідженнях.

ПРН 14. Проводити наукові дослідження під керівництвом наукового консультанта-наставника.

ПРН 15. Модифікувати та створювати нові освітні та бізнес-проекти за допомогою ІКТ; передбачати нові освітні потреби і запити.

ПРН 16. Вибирати та відслідковувати найновіші досягнення в певній області математики, економіки або методики навчання математики, взаємодіючи спілкуючись із колегами.

ПРН 17. Зрозуміло і недвозначно доносити власні висновки, а також знання та пояснення, що їх обґрунтовують, до фахівців і нефахівців, зокрема до осіб, які навчаються.

ПРН 19. Усвідомлювати необхідність подальшого навчання, вивчення, аналізу, узагальнення та поширення передового педагогічного досвіду, систематично підвищувати свою професійну кваліфікацію

Теоретичні знання

Студент повинен знати:

- ✓ метод Гаусса, метод Жордана-Гаусса розв'язку СЛАР;
- ✓ метод прогонки розв'язку СЛАР;
- ✓ метод ітерації розв'язку СЛАР;
- ✓ метод Зейделя розв'язку СЛАР;
- ✓ постановку задачі знаходження коренів алгебраїчного рівняння;
- ✓ метод половинного ділення;
- ✓ метод хорд;
- ✓ метод дотичних (метод Ньютона);
- ✓ комбінований метод;
- ✓ метод ітерації;
- ✓ постановку задачі апроксимації;
- ✓ постановку задачі інтерполяції;
- ✓ інтерполяційну формулу Лагранжа;
- ✓ першу інтерполяційну формулу Ньютона;
- ✓ другу інтерполяційну формулу Ньютона;
- ✓ формули для знаходження першої і другої похідної функції;
- ✓ формулу прямокутника наближеного інтегрування;

- ✓ формулу трапеції наближеного інтегрування;
- ✓ формулу Сімпсона наближеного інтегрування;
- ✓ метод Ейлера для наближеного розв'язування диференціальних рівнянь;
- ✓ метод Рунге-Кутта розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.

Практичні уміння та навички

Студент повинен уміти:

застосовувати теоретичні знання та практичні навички з дисципліни до розв'язування загальних і прикладних задач та у практичній діяльності фахівця.

Міждисциплінарні зв'язки: хмарні технології та STEM-освіта, елементарна математика, математичний аналіз, ІКТ (комп'ютерна математика), диференціальні рівняння, економіко-математичні методи та моделі.

3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Чисельні методи обчислень

Тема: елементи теорії похибок

Вступ. Мета вивчення і задачі дисципліни «Числові методи». Короткі історичні відомості.

Абсолютна похибка наближеного значення числа. Границя абсолютної похибки. Вірні цифри числа. запис наближеного значення числа. Округлення наближених значень чисел. Відносна похибка наближеного значення числа. Дії над наближеними значеннями чисел. Таблиця для обчислення похибок

Тема: методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Загальні положення щодо систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Ранг матриці. Метод Крамера. Метод Гаусса.

Метод Жордана-Гаусса. Обернена матриця. Матричний метод .

Метод ітерацій. Метод Зейделя.

Тема: наближені методи розв'язання рівнянь.

Постановка задачі наближених методів розв'язання рівнянь. Графічний метод. Метод спроб. Метод дихотомії (половинного поділу).

Метод хорд. Метод Ньютона, або метод дотичних .

Комбінований метод. Метод ітерацій.

Тема: інтерполяція.

Постановка задачі інтерполяції. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули. Інтерполяційна формула Лагранжа для рівновіддалених вузлів.

Перший інтерполяційний многочлен Ньютона.

Другий інтерполяційний многочлен Ньютона.

Тема: метод найменших квадратів.

Постановка задачі методу найменших квадратів. Принципи побудови методу найменших квадратів. Випадок $\Phi(a,b)$. Випадок $\Phi(a,b,c)$. Оцінка якості апроксимації методом найменших квадратів.

Змістовий модуль 2.

чисельні методи диференціювання, інтегрування та моделювання

Тема: чисельне диференціювання.

Основні поняття чисельного диференціювання. Знаходження похідної за допомогою формули Тейлора. Знаходження похідної за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона. Знаходження похідної за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона.

Тема: чисельне інтегрування

Постановка задачі чисельного інтегрування. Формула прямокутників. Формула трапецій. Формула парабол (Сімпсона). Абсолютні похибки для квадратурних формул.

Тема: чисельне інтегрування диференціальних рівнянь.

Метод Ейлера для наближеного розв'язування диференціальних рівнянь..

Метод Рунге-Кутта розв'язування звичайних диференціальних рівнянь..

Тема: моделювання.

Методи математичного програмування та моделювання економічних процесів.

Концептуальні засади математичного моделювання економічних процесів. Аналіз і управління ризиком в економіці.

Система показників кількісного оцінювання ступеня. Ризику. Прийняття рішень в умовах ризику. Прийняття рішень в умовах невизначеності.

Формулювання спеціальних результатів із їх розподілом за модулями представлені нижче:

Модулі	Зміст програмного результату навчання
ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ	<i>Здобувач вищої освіти здатний</i> <ul style="list-style-type: none">✓ до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.✓ до розуміння предметної області та професійної діяльності, застосовувати професійні знання у практичних ситуаціях, аналізувати, досліджувати та презентувати свій досвід.✓ створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.✓ Взаємодіяти у групі, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

Модулі	Зміст програмного результату навчання
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ до засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями. ✓ проводити самооцінку та аналіз власних досягнень, здатність до самоосвіти та вдосконалення професійних навичок. ✓ приймати активну участь в поліпшенні стану довкілля, забезпечення здоров'я та гармонійного розвитку людини з високим рівнем якості, зокрема забезпечення охорони життя і здоров'я учнів та студентів у освітньому процесі та поза аудиторній діяльності. ✓ використовувати системні знання з фундаментальної математики, економіки та методик їх навчання, фундаментальні знання змісту шкільного курсу математики сучасної школи. ✓ застосовувати сучасні методи й освітні технології навчання, аналізувати особливості сприйняття та засвоєння учнями і студентами навчальної інформації з метою прогнозу ефективності та корекції освітнього процесу. ✓ здійснювати психолого-педагогічний супровід процесу навчання, проектувати цілісний освітній процес навчання, виховання та самовдосконалення учнів. ✓ застосовувати сучасні математико-статистичні методи та пакети комп'ютерної математики до створення і аналізу математичних моделей реальних задач і процесів. ✓ до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет-технологій. ✓ спілкуватися державною та іноземною мовами у відповідності до професійної ситуації
<p style="text-align: center;">ЧИСЕЛЬ НІ МЕТОДИ ДИФЕРЕН- ЦІЮВАННЯ, ІНТЕГРУ- ВАННЯ ТА МОДЕЛЮ- ВАННЯ</p>	<p style="text-align: center;"><i>Здобувач вищої освіти здатний</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ✓ до розуміння предметної області та професійної діяльності, застосовувати професійні знання у практичних ситуаціях, аналізувати, досліджувати та презентувати свій досвід. ✓ створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.

Модулі	Зміст програмного результату навчання
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ взаємодіяти у групі, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт. ✓ до засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями. ✓ проводити самооцінку та аналіз власних досягнень, здатність до самоосвіти та вдосконалення професійних навичок. ✓ застосовувати сучасні методи й освітні технології навчання, аналізувати особливості сприйняття та засвоєння учнями і студентами навчальної інформації з метою прогнозу ефективності та корекції освітнього процесу. ✓ до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет-технологій. ✓ спілкуватися державною та іноземною мовами у відповідності до професійної ситуації

4. Структура та технологічна карта навчальної дисципліни

4.1 Технологічна карта навчальної дисципліни

на 1 семестр Види занять	Р сього	Навчальні тижні																
										0	1	2	3	4	5	6	7	8
Аудиторні	Лекції	6																
	Практичні	8																
	Лабораторні																	
	Індивідуальні																	
	Поточ. контр.																	
	Контр.роб.(ТО)																	
	Модул. контр																	
	Захист курсов																	
	Захист лабор.																	
	Консультації																	

3. <i>Метод ітерацій. Метод Зейделя.</i>	6	2	1	3	[5] §5.2
ТЕМА: НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ.					
4. <i>Постановка задачі наближених методів розв'язання рівнянь. Графічний метод. Метод спроб. Метод дихотомії (половинного поділу).</i>	6	2	1	3	[8] §8.3
5. <i>Метод хорд. Метод Ньютона, або метод дотичних.</i>	6	2	1	3	[8] §8.3
6. <i>Комбінований метод. Метод ітерацій.</i>	6	2	1	3	[8] §8.3
ТЕМА: ІНТЕРПОЛЯЦІЯ.					
7. <i>Постановка задачі інтерполяції. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Похибка інтерполяційної формули. Інтерполяційна формула Лагранжа для рівновіддалених вузлів.</i>	7	2	1	4	[6] §4
8. <i>Перший інтерполяційний многочлен Ньютона.</i>	7	2	1	4	[6] §5
9. <i>Другий інтерполяційний многочлен Ньютона.</i>	7	2	1	4	[6] §5
ТЕМА: МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ.					
10. <i>Постановка задачі методу найменших квадратів. Принципи побудови методу найменших квадратів. Випадок $\Phi(a,b)$. Випадок $\Phi(a,b,c)$. Оцінка якості апроксимації методом найменших квадратів.</i>	7	2	1	4	[6] §6
Разом за змістовим модулем 1	64	20	10	34	
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ, ІНТЕГРУВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ					
ТЕМА: ЧИСЕЛЬНЕ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ.					
11. <i>Основні поняття чисельного диференціювання. Знаходження похідної за допомогою формули Тейлора.</i>	7	2	1	4	[8] §8.5
12. <i>Знаходження похідної за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона. Знаходження похідної за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона.</i>	7	2	1	4	[8] §8.5
ТЕМА: ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ					
13. <i>Постановка задачі чисельного інтегрування. Формула прямокутників. Формула трапецій. Формула парабол (Сімпсона). Абсолютні похибки для квадратурних формул.</i>	7	2	1	4	[8] §8.6
ТЕМА: ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ.					
14. <i>Метод Ейлера для наближеного розв'язування</i>	7	2	1	4	[8]

<i>диференціальних рівнянь..</i>					§8.7
<i>15. Метод Рунге-Кутта розв'язування звичайних диференціальних рівнянь..</i>	7	2	1	4	[8] §8.8
ТЕМА: МОДЕЛЮВАННЯ.					
<i>16. Методи математичного програмування та моделювання економічних процесів.</i>	7	2	1	4	[8] §8.9
<i>17. Концептуальні засади математичного моделювання економічних процесів. Аналіз і управління ризиком в економіці.</i>	7	2	1	4	[8] §8.9
<i>18. Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику. Прийняття рішень в умовах ризику. Прийняття рішень в умовах невизначеності.</i>	7	2	1	4	[8] §8.9
Разом за змістовим модулем 2	56	16	8	32	
Усього годин	120	36	18	66	

5. Самостійна робота

Уміння студентів самостійно працювати над вивченням конкретного предмета – важливий чинник підвищення якості підготовки спеціалістів.

Самостійна робота студента (денна форма навчання) включає підготовку до практичних занять; самостійне опрацювання додаткової літератури та питань для самоконтролю засвоєння змісту навчального матеріалу, а також підготовку рефератів, есе, доповідей та самостійних домашніх (творчих) завдань за тематикою, що наведено у методичних вказівках до самостійної роботи – Режим доступу: <http://www.dgma.donetsk.ua/metodichne-zabezpechennya-osvitno-profesiyna-programa-serednya-osvita-matematika.html>

Враховуючи це, рекомендуються наступні форми організації самостійної роботи студентів: підготовка до практичних занять; самостійне опрацювання додаткової літератури до тем лекційного курсу і практичних (семінарських) занять, а також літератури для підготовки самостійного домашнього завдання; підготовка доповідей, рефератів та есе за тематикою лекцій і семінарів; самостійне опрацювання питань для самоконтролю засвоєння змісту лекційного матеріалу з курсу.

5.1 Перелік тем для самостійного вивчення

1. Елементи теорії похибок
2. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Наближені методи розв'язання рівнянь.
4. Інтерполяція.
5. Метод найменших квадратів.
6. Чисельне диференціювання.
7. Чисельне інтегрування
8. Чисельне інтегрування диференціальних рівнянь.

9. Моделювання.

5.2 Розрахунок часу для самостійної роботи студента за видами

з/п	Вид роботи	Кількість годин
	Опрацювання програмного матеріалу, що викладається на лекціях	10
	Підготовка до практичних занять	10
	Виконання індивідуальних завдань (рефератів, творчих, розрахунково-графічних робіт, презентацій тощо)	10
	Підготовка до контрольних заходів (модульна контрольна робота)	20
	Підготовка самостійного домашнього завдання	16
	Разом	66

Самостійна робота виконується у відповідності до методичних вказівок до самостійної роботи студента.

6. Індивідуальні завдання

Метою індивідуального завдання є ґрунтовне усвідомлення суттєвих властивостей основних понять курсу, закріплення основних теорем та формування практичних вмінь студентів.

Виконання індивідуального завдання передбачає розв'язання студентами задач з посібника [18] за наступними темами:

1. Елементи теорії похибок
2. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Наближені методи розв'язання рівнянь.
4. Інтерполяція.
5. Метод найменших квадратів.
6. Чисельне диференціювання.
7. Чисельне інтегрування
8. Чисельне інтегрування диференціальних рівнянь.
9. Моделювання.

7. Методи навчання

Підвищенню ефективності вивчення курсу сприяє використання системи евристичного навчання. Перевагу слід надати наступним формам навчання:

- а) лекції: інформативні, аналітичні, проблемні;
- б) евристичний семінар, практичні, лабораторні заняття, тренінги.

Доцільні методи навчання: мозкові атаки, метод проектів, евристичні бесіди та ін.

8. Оцінювання результатів навчання

8.1 Критерії оцінювання. Критерієм успішного проходження підсумкового оцінювання є досягнення мінімального порогового балу. Оцінювання навчальних досягнень студентів здійснюється на основі використання модульно-рейтингової системи оцінювання. Розподіл балів за різними видами робіт та шкала оцінювання представлені у таблиці 9.

8.2. Засоби оцінювання. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання за даним курсом є усні опитування на практичних та лекційних заняттях, тестові завдання, реферати, доповіді, есе, індивідуальні завдання, письмові контрольні роботи.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Від заняття або контрольного заходу	Балів за одно заняття або контрольний захід	За семестр		До 1-й атестації	
		кількість занять або контрольних заходів	сума балів	кількість занять або контрольних заходів	сума балів
Індивідуальне завдання	20	2	40	1	20
Підготовка реферату	20	1	20	-	-
Модул. контр.	20	2	40	1	20
Всього			100		40

За участь у науковій роботі, вивчення спеціальної літератури і поглиблене вивчення курсу студенту можуть призначатися додаткові бали, але не більше ніж 10 балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
74-89	добре	
55-73	задовільно	
0-54	незадовільно	не зараховано

10. Питання і завдання на залік

1. Абсолютна похибка наближеного значення числа.
2. Границя абсолютної похибки.
3. Вірні цифри числа. Запис наближеного значення числа.
4. Округлення наближених значень чисел.
5. Відносна похибка наближеного значення числа.
6. Дії над наближеними значеннями чисел.
7. Таблиця для обчислення похибок

8. Загальні положення щодо систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Ранг матриці. Метод Крамера.
9. Метод Гаусса.
10. Метод Жордана-Гаусса.
11. Обернена матриця. Матричний метод .
12. Метод ітерацій.
13. Метод Зейделя.
14. Постановка задачі наближених методів розв'язання рівнянь.
15. Графічний метод.
16. Метод спроб.
17. Метод дихотомії (половинного поділу).
18. Метод хорд.
19. Метод Ньютона, або метод дотичних .
20. Комбінований метод.
21. Метод ітерацій.
22. Постановка задачі інтерполяції.
23. Інтерполяційний многочлен Лагранжа.
24. Похибка інтерполяційної формули.
25. Інтерполяційна формула Лагранжа для рівновіддалених вузлів.
26. Перший інтерполяційний многочлен Ньютона.
27. Другий інтерполяційний многочлен Ньютона.
28. Постановка задачі методу найменших квадратів.
29. Принципи побудови методу найменших квадратів.
30. Випадок $\Phi(a,b)$. Випадок $\Phi(a,b,c)$.
31. Оцінка якості апроксимації методом найменших квадратів.
32. Основні поняття чисельного диференціювання.
33. Знаходження похідної за допомогою формули Тейлора.
34. Знаходження похідної за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона.
35. Знаходження похідної за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона.
36. Постановка задачі чисельного інтегрування.
37. Формула прямокутників.
38. Формула трапецій.
39. Формула парабол (Сімпсона).
40. Абсолютні похибки для квадратурних формул.
41. Метод Ейлера для наближеного розв'язування диф. рівнянь.
42. Метод Рунге-Кутта розв'язування звичайних диф. рівнянь.
43. Методи математичного програмування та моделювання економічних процесів.
44. Концептуальні засади математичного моделювання економічних процесів.

45. Аналіз і управління ризиком в економіці.
46. Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику.
47. Прийняття рішень в умовах ризику.
48. Прийняття рішень в умовах невизначеності.

11. Рекомендовані інформаційні джерела

Базова

1. Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В. Курс лекцій з навчальної дисципліни "Наближені методи розв'язування диференціальних рівнянь" Івано-Франківськ.– 2008.
2. Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В. Числові методи розв'язування крайових задач. Курс лекцій. Івано-Франківськ.– 2008.
3. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
4. *Задачин В. М. Конюшенко І. Г. Чисельні методи : навчальний посібник. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.*
5. Лейфура В. М. Математика. Підручник. - К.: Техніка, 2003.
6. Ляшенко Б.М., Кривонос О.М., Вакалюк Т.А. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету. – Житомир: Вид-во ЖДУ, 2014. – 228 с., іл.
7. Овчинников П.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник. У 2 ч. - 3-тє вид. - К.: Техніка, 2004.

Допоміжна

8. Жалдак М.І., Рамський Ю.С. Чисельні методи математики. Посібник для вчителів. –Київ: Рад. шк. –1984. - 206 с.

Методичне забезпечення

9. Дзюба М. В. , Карпенко Л. М. , Черскова О. В. Чисельні методи. Збірник індивідуальних завдань: Навч. посібник для студентів вузів.– Слов'янськ, 2017.
10. Дзюба М. В. Конспект лекцій «Чисельні методи та моделювання»– Слов'янськ, 2020.
11. Дзюба М. В. Методичні вказівки до самостійної роботи з навчальної дисципліни «Чисельні методи та моделювання»– Слов'янськ, 2020.

Інформаційні ресурси

12. «ИНТУИТ»-освітній проект, учбові курси з тематик комп'ютерних наук, інформаційних технологій, математики, фізики, економіки та інших наук.
13. <http://www.exponenta.ru/default.asp> Мова(російська). Розв'язки задач у математичних пакетах Mathcad, Matlab, Maple, Mathematica, Statistica та інших.

Зразки завдань модульних контролів

Змістовий модуль 1. чисельні методи обчислень

Задача 1. Розв'язати систему рівнянь методом Жордана-Гауса

$$\begin{cases} 2x - y + z = 7; \\ 3x + 2y + 2z = 3; \\ x - 2y + z = 6. \end{cases}$$

Задача 2. Розв'язати систему рівнянь методом Зейделя

$$\begin{cases} 4,072x_1 - 0,781x_2 + 0,389x_3 = -3,855, \\ 0,482x_1 + 5,083x_2 + 0,326x_3 = 0,087, \\ 0,83x_1 - 0,321x_2 - 9,458x_3 = -7,501. \end{cases}$$

Задача 3. Знайдіть додатний корінь рівняння $x^4 - 16x - 64 = 0$ з точністю до 0,01, використовуючи метод Ньютона.

Задача 4. Для функції, значення якої в чотирьох точках задано таблицею

x	5	6	8	10
$F(x)$	1,66	1,43	1,11	0,91

Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа.

Задача 5. Побудувати перший і другий інтерполяційні многочлени Ньютона за такими даними:

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	-1	0	2

Задача 6. Для значень аргументу $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 6$ здобути значення функції $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ (табл.). Установіть методом найменших квадратів функціональну залежність між x та y і визначте параметри емпіричної формули.

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
2,2	4,5	6,7	9	11	13,5

Змістовий модуль 2. чисельні методи диференціювання, інтегрування та моделювання

Задача 1. У точках $x = 0,1, x = 0,2, x = 0,5, x = 0,6$ обчислити першу похідну від функції, заданої таблично. А. за допомогою формули Тейлора. Б. за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона.

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$f(x)$	0,36	0,74	0,22	0,39	0,47	0,96

Задача 2. Обчисліть інтеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$ з точністю до 0,01, використовуючи формулу трапецій.

Задача 3. Знайдіть інтеграл $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ за формулою Сімпсона, взявши $n = 5$.

Обчислення проведіть з п'ятьма знаками після коми.

Задача 4. Проінтегруйте рівняння $y' = y(1 - x)$ на проміжку $[0; 1]$ за умови $y(0) = 1$, використовуючи метод Ейлера

(крок $h = 0,1$; точний розв'язок $y = e^{x - \frac{1}{2}x^2}$).

Література:

1. Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В. Курс лекцій з навчальної дисципліни "Наближені методи розв'язування диференціальних рівнянь" Івано-Франківськ.– 2008.
2. Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В. Числові методи розв'язування крайових задач. Курс лекцій. Івано-Франківськ.– 2008.
3. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
4. *Задачин В. М. Конюшенко І. Г. Чисельні методи : навчальний посібник. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.*
5. Лейфура В. М. Математика. Підручник. - К.: Техніка, 2003.
6. Ляшенко Б.М., Кривонос О.М., Вакалюк Т.А. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету. – Житомир: Вид-во ЖДУ, 2014. – 228 с., іл.

Навчальне видання

**Методичні вказівки
до практичних занять та самостійної роботи
з дисципліни
«Чисельні методи та моделювання»
для студентів спеціальності 014 «Середня освіта (Математика)»**

Укладач Дзюба М.В.

Редактор Ініціали Прізвище

Комп'ютерна верстка О. П. Ордіна

Підп. до друку . Формат 60 x 84/16.
Папір офсетний. Розум. друк. арк. Обл.-вид. арк.
Тираж прим. Зам. №

Видавець і виготівник
«Донбаська державна машинобудівна академія»
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру
серія ДК №1633 від 24.12.03.